

2013. aasta matemaatika riigieksamist

Deivi Taal

SA Innove matemaatika peaspetsialist

Matemaatika riigieksami eesmärgid

Matemaatika riigieksami (edaspidi RE) eesmärkideks on:

- 1) tagada eksamitulemuste üleriigiline võrreldavus, et õpilasel, lapsevanemal, koolil ja kooli pidajal saada võimalikult objektiivne ettekujutus õpitulemuste saavutusest;
- 2) koolil, kooli pidajal, Haridus- ja Teadusministeeriumil, õpilastel, lastevanematel saada tagasisidet õppimise ning õpetamise tulemuslikkusest koolis;
- 3) saada ülevaade riiklikus õppekavas sätestatud õpitulemuste saavutusest hariduspoliitiliste otsuste tegemiseks;
- 4) toetada õppekava rakendamist, suunata eksamiülesannete valiku kaudu õppeprotsessi;
- 5) siduda järjestikuste haridustasemetega õppekavad ning võimaldada kasutada riigieksamitulemusi õpingute jätkamisel, anda võimalus kasutada riigieksamitulemusi rahvusvahelisel tasandil.

(Vt "Tasemetööde ning põhikooli ja gümnaasiumi lõpueksamite ettevalmistamise, koostamise, läbiviimise ja hindamise tingimused ja kord ning tasemetööde, ühtsete põhikooli lõpueksamite ja riigieksamite tulemuste analüüsimise tingimused ja kord"

<https://www.riigiteataja.ee/akt/104052013002>).

Eksamitöö ülesehitus

Matemaatika RE on kaheosaline kirjalik eksam – I osa 120 minutit ja II osa 150 minutit. I ja II osa vahel on 45 minutine vaheaeg. Eksami I osas on 5 kohustuslikku 10-punktist ülesannet. II osas kaks kohustuslikku 15-punktist ülesannet ja kaks 20-punktist valikülesannet, mille hulgast valib eksaminand ühe ülesande.

Igas eksamitöös hinnatakse maksimaalselt 8 ülesande lahenduste õigsust.

2013. a matemaatika riigieksami tulemustest

Eksamiülesannete koostamisel lähtuti riiklikus õppekavas loetletud eesmärkidest ja nõutud õpitulemustest. Eksamiülesanded kontrollisid faktiteadmisi, arvutusoskust, loogilist mõtlemist, arutlusoskust jm järgmiste teemade lõikes:

- kuupfunktsiooni uurimine;
- tõeäosusteooria;
- logaritvõrrand ja eksponentvõrratus;
- jadad;
- silinder, selle täispindala;
- tekstülesande lahendamine (funktsionaalne lugemisoskus, kolmnurkade lahendamine, protsentarvutus);
- sirge võrrandi koostamine;
- joonise konstrueerimine ülesandes antud andmete põhjal;
- ringjoone võrrandi koostamine;
- trigonomeetria (avaldise lihtsustamine, põhivalemite rakendamine), trigonomeetrilised funktsioonid, parameetrit sisaldav trigonomeetiline võrrand);

- stereomeetria (ekstreemumtekstülesanne; kera ja korrapärase kolmnurkne püramiid, nende ruumalad).

Kokkuvõte

NB! Kokkuvõtte on koostatud RE põhieksami eksaminandide tulemuste põhjal.

1. Osalejate arv

2013. a matemaatika RE põhieksami eksaminandide arv oli 3371, neist 2740 eesti ja 631 vene õppekeelega koolidest. Noormehi oli 1779 ja neide 1592.

Eksaminandide arv on alates 2009. a vähenenud. Aasta aastalt on vähenenud ka gümnaasistide ja kutseõppeasutuste õpilaste arv, omakorda mõjutas see ka matemaatika RE valinud eksaminandide arvu. On vale väita, et matemaatika RE kaotab populaarsust. Matemaatika RE valinute arv on (vaatamata muutustele õpilaste arvus) endiselt üsna stabiilne (nt 2011. a ca 37%, 2012. a ca 35%, 2013. a ca 37% kõikidest gümnaasiumilõpetajatest).

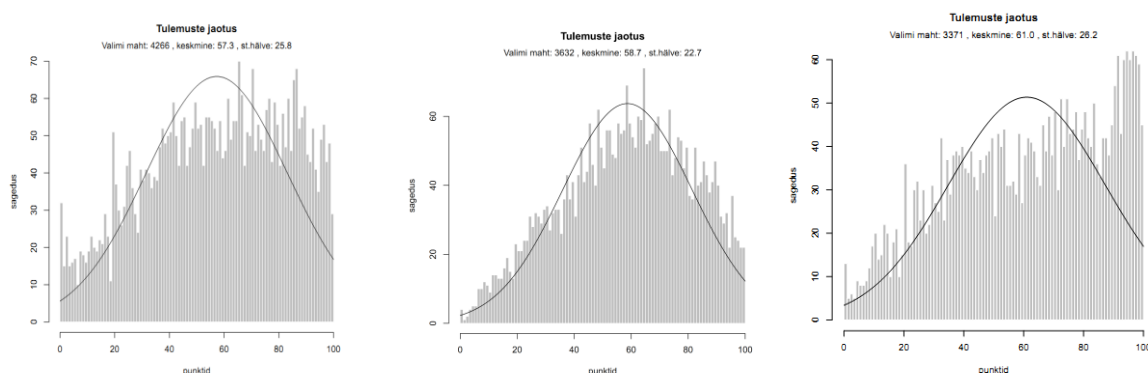
	2009	2010	2011	2012	2013
Eksaminandide arv *)	4838	4450	4266	3632	3371
Keskmine tulemus	52,4 punkti	58,6 punkti	57,3 punkti	58,7 punkti	61,0 punkti
Sooritus	93,4%	92,4%	91,4%	94,8%	92,8%
Standardhälve	22,7	25,5	25,9	22,7	26,2

*) tabelis on toodud andmed RE põhieksamil osalenud eksamiandide kohta

Tabel 1. Matemaatika RE üldandmed aastatel 2009 – 2013

Järgmisest aastast on matemaatika RE kõikidele gümnaasiumilõpetajatele kohustuslik.

2. Tulemuste võrdlus



Joonis 1. Tulemused aastatel 2011-2013

2013. aasta matemaatika RE keskmine tulemus on kogu riigieksamite ajaloo kõrgeim.

3. Tulemused maakonniti

Matemaatika RE tulemused maakondade lõikes ei ole üheselt võrreldavad, sest maakonnad erinevad oluliselt suuruse ja eksaminandide arvu poolest (nt on eksaminandide arv Harjumaal 1403, aga Hiiumaal vaid 31, st ca 45 korda väiksem).

Keskmisest oluliselt kõrgemad tulemused on Läänemaa (71,2 p) ja Hiiumaa (70,0 p) eksaminandidel ning madalamad Valgamaa (51,0 p) ja Järvamaa (50,6 p) eksaminandidel.

4. Tulemus 100 punkti

Tulemuse 100 punkti saavutas 45 eksaminandi, so 1,3% matemaatika RE valinud eksaminandide arvust (2012. a vastavalt 22 eksaminandi ehk 0,6% ning 2011. a 29 eksaminandi ehk 0,8%).

45 eksaminandist 17 olid noormehed (so 0,96% kõikidest RE valinud noormeestest) ja 28 neid (so 1,75% kõikidest RE valinud neidudest). 2012. a saavutas maksimaalse tulemuse 22 eksaminandi, neist 10 noormehed ja 12 neid. Eelmise aastaga võrreldes on selles vaatlusgrupis nii noormeeste kui ka neidude arv (protsentuaalselt) kasvanud (2012. a vastavalt 0,51% kõikidest matemaatika RE valinud noormeestest ja 0,71% kõikidest matemaatika RE valinud neidudest).

45 eksaminandist 35 õppis eesti õppekeelega koolis ja 10 vene õppekeelega koolis, so 1,28% kõikidest eesti õppekeelega koolide ja 1,58% kõikidest vene õppekeelega koolide eksaminandidest. Eelmise aastaga võrreldes on ka selles vaatlusgrupis nii eesti kui vene õppekeelega koolide eksaminandide arv (protsentuaalselt) kasvanud (2012. a vastavalt 0,58% kõikidest eesti õppekeelega koolide ja 0,75% kõikidest vene õppekeelega koolide eksaminandidest).

5. Tulemus 90 punkti ja enam

Tulemuse 90 või enam punkti saavutas 612 eksaminandi, so 18,2% matemaatika RE valinud eksaminandide arvust. Varasematel aastatel see tulemus nii kõrge ei ole olnud (2012. a vastavalt 331 eksaminandi ja 9,1%, 2011. a 496 eksaminandi ja 11,6% ning 2010. a 617 eksaminandi ja 13,7%). Viimastel aastatel oli selles vaatlusgrupis märgata pigem langustendentsi ja suur "hüpe" paremuse suunas on igati positiivne.

Juba mitu aastat on selles vaatlusgrupis noormehi rohkem kui neide (nt 2011 oli noormehi 271 (so 54,6%) ja neide 225 (so 45,4%) ning 2012 noormehi 185 (so 55,9%) ja neide 146 (so 44,1%). Sellel aastal on toimunud muutus neidude kasuks – neide 324 (52,9%) ja noormehi 288 (47,1%). Kõikidest matemaatika RE valinud noormeestest saavutas tulemuse 90 ja enam punkti ca 16,2% ja neidudest 20,4% (eelmisel aastal vastavalt noormeestest 9,5% ja neidudest 8,6%).

612 eksaminandist 495 on eesti õppekeelega ja 117 vene õppekeelega koolidest (so 18,6% eesti õppekeelega koolide ja 18,5% vene õppekeelega koolide eksaminandide arvust). Eelmistel aastatel tulemused selles vaatlusgrupis nii head ei ole olnud (tõus nt eelmise aastaga võrreldes lausa kahekordne). Aastaid on vene õppekeelega koolides võimekamaid eksaminande (protsentuaalselt) rohkem (aastatel 2010 – 2012 vahe 0,2%P kuni 3,4%P (loe: *protsendipunkti*), sel aastal on eesti ja vene õppekeelega koolide eksaminande võrdselt.

6. Tulemus alla 20 punkti

Läbikukkujaid on vabatahtlikult valitud eksami kohta liiga palju. Mõeldes aastale 2014, kui matemaatika RE muutub kõigile kohustuslikuks, on viimaste aastate tendents väga murettekitav.

	Läbikukkujate arv	Noormehed	Neiud	Eesti	Vene
2009	320 (6,6%)	233 (9,1%)	87 (3,8%)	246 (6,3%)	74 (8,1%)
2010	339 (7,6%)	249 (10,6%)	90 (4,3%)	260 (7,0%)	79 (10,6%)
2011	368 (8,6%)	245 (10,7%)	123 (6,2%)	286 (8,0%)	82 (11,5%)
2012	190 (5,2%)	132 (6,8%)	58 (3,5%)	157 (5,1%)	33 (6,2%)
2013	242 (7,2%)	162 (9,1%)	80 (5,0%)	179 (6,5%)	63 (10,0%)

Tabel 2. Läbikukkujate arv aastatel 2009 – 2013

7. Gümnaasiumi päevane õpe ning kutseõppeastused, gümnaasiumide õhtune ja kaugõpe ning eksternid ja varemlõpetanud

Matemaatika RE valinutest õppis 2981 ehk 88,4% gümnaasiumi päevases õppes, 115 ehk 3,4% gümnaasiumi õhtuses või kaugõppes, 109 ehk 3,2% kutseõppeasutuses, 134 ehk 4,0% olid eksaminandid, kellel gümnaasiumi juba varem lõpetatud ja 32 ehk 1,0% eksternid.

Kutseõppeasutuste, gümnaasiumide õhtuse või kaugõppe ja varemlõpetanud eksaminandide eksamitulemused on endiselt väga madalad, mõjutades tugevalt (ja kahjuks negatiivselt) keskmist eksamitulemust.

Alla 20 punkti saanud kutseõppeasutuste, gümnaasiumite õhtuse ja kaugõppe aga ka varemlõpetanud eksaminandide arv on endiselt liiga suur. Sellise olukorra tekkimise põhjuseid on mitu ja oleks viimane aeg vähemalt püüda olukorra lahendamiseks midagi ette võtta.

Kutseõppeasutustes (aga ka gümnaasiumi õhtuses ja kaugõppes) on kõikide õppeainete maht oluliselt väiksem kui gümnaasiumi päevases õppes (nt matemaatikas ca 3 korda). Praegu kehtivate seaduste järgi ei ole kutseõppeasutuste õpilased kohustatud kooli lõpetamiseks sooritama riigieksameid. Ometi on igal aastal üsna palju neid õpilasi, kes valivad matemaatika RE, aga kahjuks ei ole võimelised seda rahuldavalt sooritama (igal aastal on ka erandeid).

Tänapäevani oli olukord nii, et:

- 1) kutseõppeasutuste õpilased ei olnud riigieksamite toimumise ajaks läbinud RÕK-s riigieksamiks nõuavat matemaatikakursuste miinimumi;
- 2) (mistahes aine) RE tulemus (NB! ka siis, kui tulemus oli alla 20 punkti!) ei mõjutanud õpilase jaoks kooli lõpetamist;
- 3) kutseõppeasutuste poolt pakutavat lisa-aastat RE-tekst valmistumiseks praktiliselt ei kasutata.

Järelikult saab kutseõppeasutuste õpilaste matemaatika RE tulemus (kas ka edaspidi?) olla vaid selline nagu ta aastaid on olnud. Aastaid toimub õpilaste petmine (valede ettkujutuste loomine) ja ilmselt see jätkub.

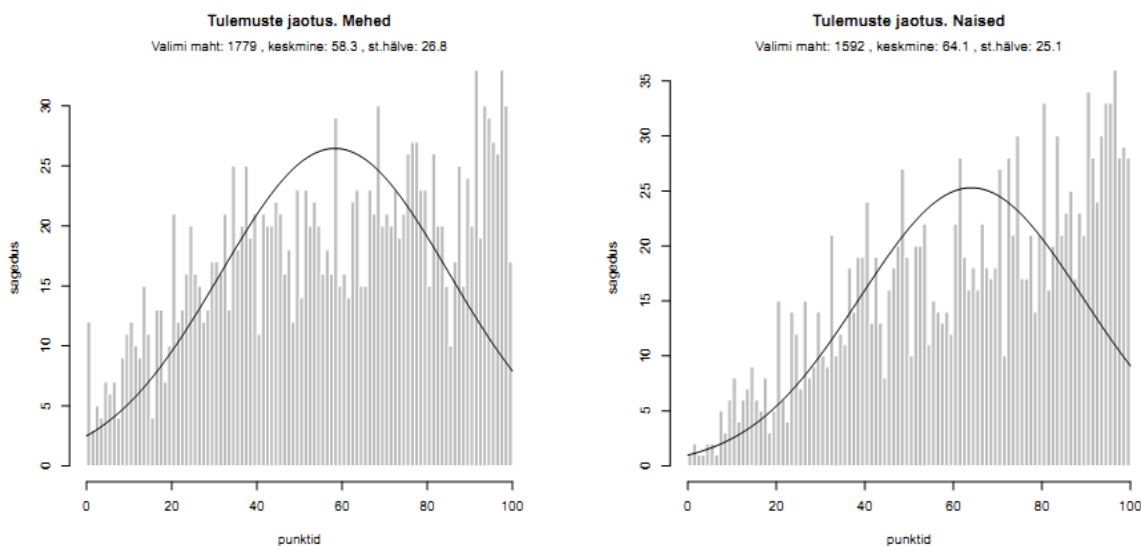
	Keskmine tulemus	Alla 20 punkti	90-100 punkti	100 punkti
Gümnaasiumi päevane	64,8 punkti	82 (2,8%)	602 (20,2%)	45 (1,5%)
Gümnaasiumi õhtune ja kaugõpe	32,1 punkti	34 (29,6%)	2 (1,7%)	0
Kutseõppeasutus	16,7 punkti	81 (74,3%)	0	0
Varemlõpetanud	46,7 punkti	28 (20,9%)	7 (5,2%)	0
Eksternid	26,2 punkti	17 (53,1%)	1 (3,1%)	0

Tabel 3. Tulemuste võrdlus õppevormi põhjal aastal 2013

8. Noormeeste ja neidude tulemuste võrdlus

Traditsiooniliselt on neidude keskmised tulemused paremad kui noormeestel (nt eelmisel aastal keskmine tulemus neidudel 60,6 punkti, noormeestel 57,0 punkti ja keskmiste tulemuste vahe 3,6 punkti). Ka sel aastal on neidude keskmine tulemus parem kui noormeestel – neidudel 64,1 punkti ja noormeestel 58,3 punkti; vahe 5,8 punkti.

Õpilaste ja õpetajate arvates on neid teadmiste omandamisel motiveeritumad, usinamad, hoolsamad, noormehed on aga püsimatud, ehk ka laisemad ja head eksamitulemused ei ole nende jaoks nii olulise tähtsusega. Samas on noormehed oluliselt loomingulisemad ning teatud situatsioonides võimekamad ja nutikamad. Nii mõnegi ülesande lahendusidee on poisid võimelised n-ö välja mõtlema, aga omandamata faktiteadmised ja elementaarsed oskused ei võimalda neil oma ideid ellu viia ja korrektselt lahenduses kirja panna. Neidudega on aga vastupidi – neil teadmisi ja oskusi jagub, aga tihti ei osata neid õigel ajal ja õiges kohas kasutada.



Joonis 2. Noormeeste ja neidude tulemuste võrdlus aastal 2013

	Keskmine tulemus		Alla 20 punkti		90-100 punkti		100 punkti	
	Noor-mehed	Neiud	Noor-mehed	Neiud	Noor-mehed	Neiud	Noor-mehe d	Neiud
Gümn. päevane	63,0 p	66,6 p	44 (2,9%)	38 (2,6%)	284 (18,6%)	318 (21,9%)	17 (1,1%)	28 (1,9%)
Gümn. õhtune ja kaugõpe	34,1 p	30,1 p	17 (29,8%)	17 (29,3%)	2 (3,5%)	0	0	0
Kutse-õppeasutus	16,9 p	15,0 p	73 (76,0%)	8 (61,5%)	0	0	0	0

Tabel 4. Tulemuste võrdlus soo põhjal aastal 2013

9. Eesti ja vene õppekeele koolide eksaminandide tulemuste võrdlus

	Eesti	Vene	Kokku
2009	3923	914	4837
2010	3701	747	4448
2011	3555	711	4266
2012	3096	536	3632
2013	2740	631	3371

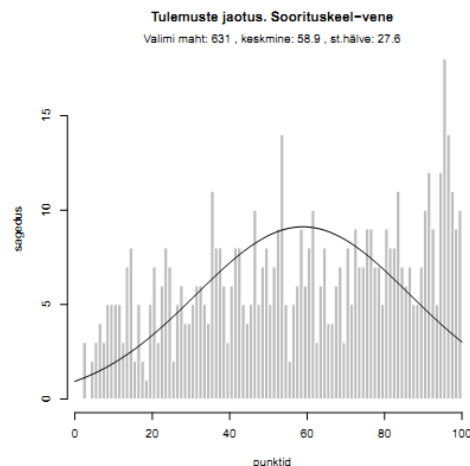
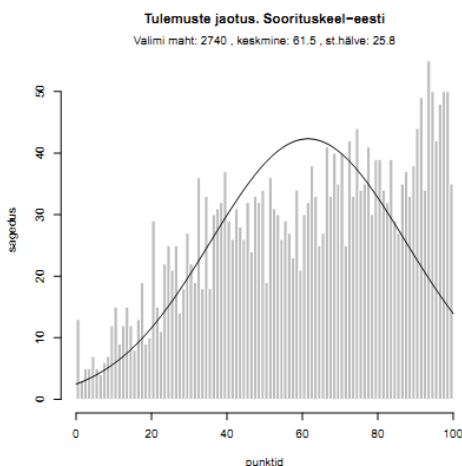
Tabel 5. Eesti ja vene õppekeele koolide eksaminandide arv 2009-2013

Eksaminandide arv väheneb igal aastal ja kiires tempos (vt tabel 5). Võrreldes 2009. a on eksaminandide arv vähenenud ca 30% võrra (sh eesti õppekeele koolide eksaminandide arv on vähenenud ca 30,2% ja vene õppekeele koolide eksaminandide arv ca 31,0% võrra).

	Eesti	Vene
2009	52,6 p	51,3 p
2010	59,6 p	53,5 p
2011	57,7 p	55,5 p
2012	58,4 p	60,1 p
2013	61,5 p	58,9 p

Tabel 6. Eesti ja vene õppekeele koolide eksaminandide keskmised tulemused 2009-2013

Vene õppekeele koolide eksaminandide tulemused olid mitu aastat madalamad kui eesti õppekeele koolide eksaminandidel (vt tabel 6; keskmiste tulemuste vahe: 2009 – 1,3 p; 2010 – 6,1 p; 2011 – 2,2 p). Erandiks oli eelmine, st 2012. a, kus vene õppekeele koolide eksaminandide keskmine tulemus oli eesti õppekeele koolide eksaminandide keskmisest tulemusest kõrgem (vahe 1,7 p). Sel aastal on taas eesti õppekeele koolide keskmine tulemus kõrgem (vt tabel 6) ja vahe on 2,6 punkti.



Joonis 3. Tulemused õppekeelte järgi aastal 2013

Vaadates joonist 3, siis on märgata vene õppekeele koolide eksaminandide tulemuste ebahütlust.

	Keskmine tulemus		Alla 20 punkti		90-100 punkti		100 punkti	
	Eesti	Vene	Eesti	Vene	Eesti	Vene	Eesti	Vene
Gümnaasiumi päevane	65,0 p	63,8 p	62 (2,5%)	20 (3,7%)	487 (19,9%)	115 (21,4%)	35 (1,4%)	10 (1,9%)
Gümnaasiumi õhtune ja kaugõpe	31,6 p	33,9 p	26 (28,6%)	8 (33,3%)	1 (1,1%)	1 (4,2%)	0	0
Kutseõppeasutus	11,1 p	24,5 p	55 (85,9%)	26 (57,8%)	0	0	0	0

Tabel 7. Tulemuste võrdlus õppekeele põhjal aastal 2013

10. Hindamiskomisjoni tähelepanekud

Ikka jätkub juba eelmistel aastatel teemaks olnud probleem – paljudes koolides ei õpetata matemaatikat kui ainet, vaid drillitakse seda, mida eksamil ilmselt küsitakse. Isegi ajakirjanduses on mainitud, et eksamitulemus sõltub suuresti ühest matemaatikaõpetaja sensitiivsetest võimetest ja oskusest eksamiülesandeid n-ö ära arvata. On siiski lubamatu eksamikis ettevalmistumisel õpilastele rõhutada, et eksamil on KINDLASTI ühe või teise teema kohta ülesandeid ja kus need eksamitöös võiksid asuda. Õpetajatega vesteldes imestatakse selliste probleemide üle, aga paraku faktid räägivad enda eest (nt ülesandes 1(kuupfunktsiooni uurimine) kirjutas eksaminand, et: *Ei oska sellist avaldist lihtsustada, sest ühtegi lihtsustamise valemit ei saa kasutada*).

Hindamiskomisjon märkis, et oluliselt vähemaks on jäänud nende eksaminandide arv, kes tulevad eksamil n-ö proovima ja kelle eksamitulemus on kesine. Hindamiskomisjoni väitel on endiselt üheks peamiseks eksami mittesooritamise põhjuseks väga tõsised puudused põhikooli õppekavaga nõutud teadmistes ja oskustes (nt ei osata tehteid harilike murdudega, ei osata lahendada ruutvõrrandit, ei teata, et lineaarfunktsiooni graafikuks on sirge jne).

Selle aasta eksamitööde põhjal oli põhipuudusena märgata, et paljud eksaminandid kas ei loe korralikult ülesannete tekste või ei saa nende sisust aru (nt ülesanded 4, 6 ja 7) ja/või vastavad esitatud küsimustele valesti, st vastavad seda, mida nad selle teema kohta teavad ja oskavad, on ära õppinud, mitte aga seda, mida ülesandes küsitakse (nt ülesanded 1, 5 ja 9).

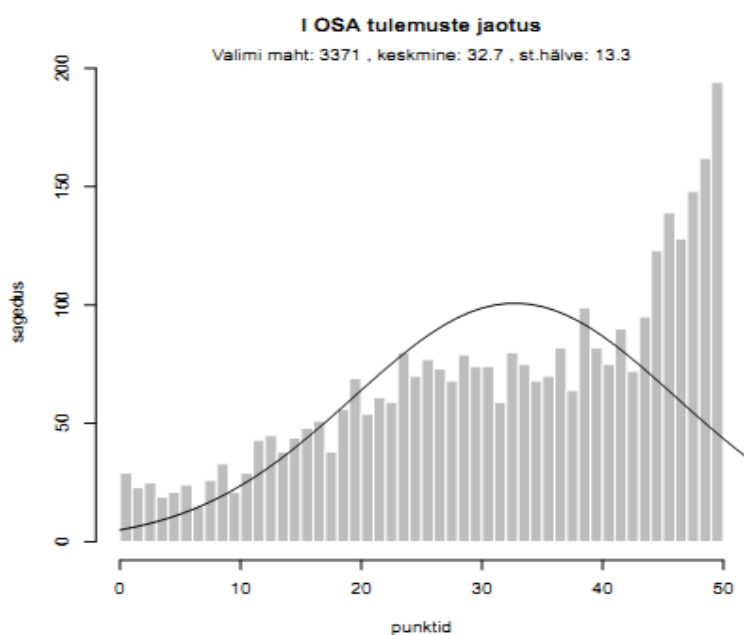
Tulemustest osade ja ülesannete lõikes

I osa tulemustest

Keskmine tulemus 32,70 p (2010 – 32,87 p; 2011 – 32,78 p; 2012 – 32,88 p).

Noormeeste keskmine tulemus 31,22 p, neidudel 34,36 p.

Eesti õppekeelega eksaminandide keskmine tulemus 33,01 p, vene õppekeelega eksaminandide keskmine tulemus 31,37 p.



Joonis 4. I osa tulemuste jaotus aastal 2013

Mõned tähelepanekud:

- (vt joonis 4) I osa ülesanded on väga paljudele eksaminandidele liiga lihtsad.
2011. a oli neidude ja noormeeste I osa keskmiste tulemuste vahe 3,39 punkti, 2012. a vaid 1,77 punkti, 2013. a 3,14 punkti.
2011. a oli eesti ja vene õppekeelega eksaminandidele I osa keskmiste tulemuste vahe 1,24 punkti eesti õppekeelega koolide eksaminandide kasuks, 2012. a 0,66 punkti vene õppekeelega koolide eksaminandide kasuks, 2013. a taas 1,64 punkti eesti õppekeelega eksaminandide kasuks.

I osa	Ü1	Ü2	Ü3	Ü4	Ü5
Keskmine tulemus	7,90 p	7,62 p	5,87 p	5,43 p	5,89 p
Lahendatus %	79,0%	76,2%	58,7%	54,3%	58,9%
Jättis lahendamata	1,06%	0,65%	2,76%	5,42%	3,35%

Tabel 8. I osa tulemused ülesannete lõikes

Ülesande 1 (kuupfunktsiooni uurimine) lahendatus on oodatult kõrge. Tegemist on sellise ülesandega, mis on peaaegu igal aastal eksamil olnud – nii õpilased kui ka õpetajad ”ootavad” seda tüüpi ülesannet ja tundub, et nii mõnelegi eksaminandile on funktsiooni uurimise ülesanne andnud rohkesti (ja võib-olla ka päästva arvu) punkte.

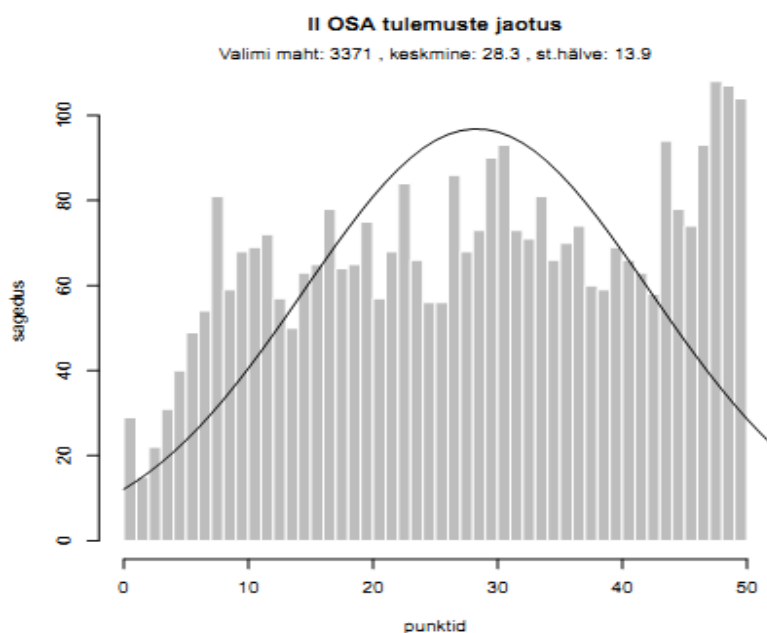
Ülesanne 4 (jadad) on eksaminandidele traditsiooniliselt keeruline ülesanne. Ca iga 20 õpilane jättis selle ülesande täiesti lahendamata.

II osa tulemustest

Keskmine tulemus 28,31 p (2010 – 25,71 p; 2011 – 24,52 p; 2012 – 25,80 p).

Noormeeste keskmine tulemus 27,08 p, neidudel 29,69 p.

Eesti õppekeelega eksaminandide keskmine tulemus 28,49 p, vene õppekeelega eksaminandide keskmine tulemus 27,55 p.



Joonis 5. II osa tulemuste jaotus aastal 2013

Mõned tähelepanekud:

- (vt joonis 5) II osa ülesanded on väga paljudele eksaminandidele ületamatult rasked ja aga osadele ikka veel liiga lihtsad.
2011. a oli neidude ja noormeeste II osa keskmiste tulemuste vahe 0,53 punkti, 2012. a 1,87 punkti, 2013. a 2,61 punkti.
2011. a oli eesti ja vene õppekeelega eksaminandide II osa keskmiste tulemuste vahe 0,87 punkti eesti õppekeelega eksaminandide kasuks, 2012. a 1,05 punkti vene õppekeelega eksaminandide kasuks, 2013. a 0,94 punkti eesti õppekeelega eksaminandide kasuks.

II osa	Ü16	Ü17	Ü18	Ü19
Keskmine tulemus	9,92 p	9,78 p	9,68 p	3,56 p
Lahendatus %	66,12%	65,22%	48,42%	17,81%
Jättis lahendamata	0,33%	1,18%	Kokku 0,42%	

Tabel 9. II osa tulemused ülesannete lõikes

Kõige paremini lahendati ülesannet 6 (kolmnurga lahendamine, siinus/koosinusteoreem, protsentarvutus) ja kõige halvemini valikülesannet 9 (stereomeetria). Üllatav oli, et enamus eksaminandidest (2789 eksaminandi, so ca 83%) valis valikülesandeks ülesande 8 (trigonomeetria). Trigonomeetria on teema, mis on eksaminandidele igal aastal probleeme valmistanud ja seda olenemata ülesande raskusastmest. Valikülesandena on trigonomeetria ülesanne end igati õigustanud ja keskmine lahendus on oodatust parem.

Millega aga põhjendada stereomeetriaülesande (ülesanne 9) nii vähest valikut (vaid 568 eksaminandi, so 17%)? Ka stereomeetria teema on paljudele eksaminandidele väga raske. Ilmselt tuligi paljudel eksaminandidel teha valik n-ö kahe halva vahel. Kuna trigonomeetriaülesanne oli pisut laiemalt sõnastatud ja alaülesanneteks jaotatud, siis ilmselt tundus eksaminandidele selle ülesande valimine mõistlikum.

14 eksaminandi jätsid valikülesande valimata/lahendamata.

Eksamitöö ülesannete analüüsist järeldub, et eksaminandid oskavad suhteliselt hästi lahendada ülesandeid, mille küsimus(ed) on ülesande tekstis selgesti arusaadav(ad), pikemalt lahti kirjutatud, st lahendusalgoritm tuttav, selgeks õpitud ja palju treenitud (näiteks funktsioonide uurimine, tõeäosusteooria, sirged tasandil). Probleemid tekivad kas tavapäratu sõnastusega või spetsiaalseid rakendusoskusi nõudvate ülesannete lahendamisel (eksponent- ja logaritmvõrrand/võrratus, trigonomeetria, stereomeetria).

Igal aastal on olnud teatud ülesanded, mida noormehed lahendavad paremini kui neid. Tavaliselt on tegemist tekstülesannetega. Kogemused on näidanud, et noormeestele on mõtlemist ja ettekujutamisevõimet nõudvad ülesanded jõukohasemad ning ülesannete lahendamiseks, kus nõutakse konkreetseid (fakti)teadmisi ja lahendusvõtteid (ülesandel on kindel lahendusalgoritm), jäävad noormehed sagedamini hätta. Selle aasta eksamitöös oli kõikide ülesannete puhul neidude keskmine tulemus parem kui noormeestel.

Nagu noormeeste-neidude puhul saab aastate lõikes välja välja tuua sarnaseid "mustreid", siis nii on see ka eesti-vene õppekeele koolide eksaminandide puhul. On üsna tavapärane, et vene õppekeele koolide eksaminandid lahendavad paremini ülesandeid, mille lahendamiseks on vaja teada konkreetseid valemeid ja reegleid, lahendusideid. Nt 2011 olid sellised ülesanne 1 (algebra) ja ülesanne 9 (stereomeetria); 2012 oli aga selliseid ülesandeid, kus vene õppekeele eksaminandide tulemused on paremad juba rohkem (täpsemalt 6 ülesannet) (nt võrratustesüsteemi lahendamine; trigonomeetria). Sellel aastal on selliseid ülesandeid 2 – ülesanne 3 (eksponentvõrratus ja logaritmivõrrand) ja ülesanne 9 (stereomeetria). Tõsi – vahed ei ole suured.

Juba mitmendat aastat kogume eksamitöödest statistilisi andmeid, mis peaksid näitama pisut täpsemalt, milliste probleemidega eksaminandid kõige rohkem eksamil kokku puutuvad.

Tähelepanekud ülesannete ja osiste (st alaülesannete) lõikes (statistika, hindajate tagasiside ja tööde pistelise sirvimise põhjal)

I osa

Ülesanne 1

Osis 1 (4 punkti) (positiivsuspiirkond); keskmine 3,18 p so 79,50%.

Neidude keskmine tulemus – 3,27 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,10 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,25 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,90 p.

Tähelepanekud:

- tehakse joonis ja loetakse positiivsuspiirkond jooniselt, st ei teata positiivsuspiirkonna leidmise tingimust;
- ei märgata kahekordset nullkohta ja loetakse $x = 0$ positiivsuspiirkonna hulka.

Osis 2 (5 punkti) (ekstreemumpunktide koordinaadid ja ekstreemumpunkti liigi määramine); keskmine 3,93 p so 78,55%.

Neidude keskmine tulemus – 4,09 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,78 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,95 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,91 p.

Tähelepanekud:

- eksitakse korrutise tuletise leidmise valemi kasutamisel (võeti tuletis mõlemast tegurist ja tulemused liideti või korrutati);
- ekstreemumkoha/punkti liik jäetakse määramata või ei osata seda õigesti teha;
- jäetakse arvutamata ekstreemumid, st vastuseks ekstreemumkohad;
- ekstreemumid arvutatakse tuletisfunktsiooni kaudu.

Osis 3 (1 punkt) (kasvamis-/kahanemisvahemik) 0,79 p so 79,03%.

Neidude keskmine tulemus – 0,82 p; noormeeste keskmine tulemus – 0,77 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 0,79 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 0,81 p.

Tähelepanekud:

- ei teata kasvamis-/kahanemisvahemiku leidmise tingimust;
- kasvamis-/kahanemisvahemikuks loetakse positiivsus-/negatiivsuspiirkond.

NB!

Ilmselt on funktsiooni uurimise ülesanne üks enimdrillitud ülesandetüüpe. Sellega on aga kaasnenud see, et eksaminandid vastavad/kirjutavad lahendusse seda, mida nad teavad ja oskavad, mitte seda, mida ülesande tekstis küsitakse. See toob endaga kaasa aja- ja ruumipuuduse (kirjutatakse liiga palju) ja samas näitab, et eksaminand tegelikult ülesande sisu ei mõista (funktsionaalne lugemisoskus puudub).

Ülesanne 2

Osis 4 (1 punkt) (võimatu sündmus) 0,86 p so 86,35%.

Neidude keskmine tulemus – 0,87 p; noormeeste keskmine tulemus – 0,86 p.
 Eesti õppekeelela koolide keskmine tulemus – 0,87 p; vene õppekeelela koolide keskmine tulemus – 0,84 p.

Tähelepanekud:

- vastuseks kirjutatakse: *võimatu sündmus; tühi hulk; vastus puudub.*

Osis 5 (3 punkti) (kombinatorika, korrutamislause, tõenäosuse arvutamine) 2,38 p so 79,38%.

Neidude keskmine tulemus – 2,47 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,30 p.

Eesti õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,40 p; vene õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,31 p.

Tähelepanekud:

- liitmis- ja korrutamislause aetakse segamini;
- arvutusvead (ei tunta oma taskuarvutit);
- arvatud tõenäosus > 1 .

Osis 6 (3 punkti) (kombinatorika, liitmislause, tõenäosuse arvutamine) 2,35 p so 78,20%.

Neidude keskmine tulemus – 2,46 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,24 p.

Eesti õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,38 p; vene õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,22 p.

Tähelepanekud:

- liitmis- ja korrutamislause aetakse segamini;
- arvutusvead (ei tunta oma taskuarvutit);
- arvatud tõenäosus > 1 .

Osis 7 (3 punkti) (tõenäosuse arvutamine, liitmis- ja korrutamislause, sõna "vähemalt" tõlgendamine) 2,03 p so 67,73%.

Neidude keskmine tulemus – 2,20 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,89 p.

Eesti õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,05 p; vene õppekeelela koolide keskmine tulemus – 2,00 p.

Tähelepanekud:

- liitmis- ja korrutamislause aetakse segamini;
- arvutusvead (ei tunta oma taskuarvutit);
- arvatud tõenäosus > 1 ;
- ülesannet 2.4 püütakse lahendada Bernoulli'i valemi abil;
- ei saada aru, mida tähendab ülesande tekstis sõna "vähemalt".

Ülesanne 3

Osis 8 (5 punkti) (logaritmivõrrand) 3,25 p so 64,92%.

Neidude keskmine tulemus – 3,48 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,03 p.

Eesti õppekeelela koolide keskmine tulemus – 3,22 p; vene õppekeelela koolide keskmine tulemus – 3,32 p.

Tähelepanekud:

- palju logaritmi definitsiooni ja omadustega seotud vigu, nt $\log(5+4x) = \log 5 + \log 4x$;

- lahendite kontrollimisega seotud vead: 1) kontrollitakse lahendite sobivust ruutvõrrandiga; 2) ei teata, et logaritmitav ei saa olla negatiivne, st lahend $x = -1$ loetakse sobivaks lahendiks. Nt kontrollitakse nii: $vp = \log(-1)^2 = 2\log(-1) = \log 1$;
 $pp = \log(-4 + 5) = \log 1$; $vp = pp$;
- märgitakse, et lahend $x = -1$ on võõrlahend/ei sobi, aga ei lisata põhjendust.

Osis 9 (5 punkti) (ekponentvõrratus) 2,62 p so 52,49%.

Neidude keskmine tulemus – 2,71 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,55 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,59 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,82 p.

Tähelepanekud:

- lahendatakse võrrandit;
 - võrratuse märk jäetakse muutmata või tehakse seda vales kohas;
- Mõned näited lahendustest:

$$1) \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{4}\right)^x < 80 \Rightarrow x+1 + x < 80; \dots$$

$$2) \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{4}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \Rightarrow x+1 + x < -2 + (-3); \dots$$

Ülesanne 4

Osis 10 (7 punkti) (aritmeetiline jada) 3,95 p so 56,39%.

Neidude keskmine tulemus – 4,21 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,72 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 4,08 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,50 p.

Tähelepanekud:

- võrrandisüsteemi koostamisel/lahendamisel (asendusvõttega) tehakse lihtsaid arvutusvigu (korrumtamisel). Tulemuseks saadakse ruutvõrrandi asemele lineaarvõrrand;
- üldliikme valem VIGANE: $a_n = a_1 \cdot (n-1)d$;
- jada liik (kasvav/kahanev) määrati jada esimese liikme märgi järgi.

Osis 11 (3 punkti) (geomeetriline jada) 1,43 p so 49,27%

Neidude keskmine tulemus – 1,62 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,35 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,49 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,45 p.

Tähelepanekud:

- hääbuva geomeetrilise jada* mõiste paljudele tundmatu;
- kasutati geomeetrilise jada esimese n -liikme summa valemit.

Ülesanne 5

Osis 12 (10 punkti) (silinder, selle täispindala) 5,89 p so 58,87%.

Neidude keskmine tulemus – 6,15 p; noormeeste keskmine tulemus – 5,65 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 5,94 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 5,78 p.

Tähelepanekud:

- teksti mittemõistmine või (tahtlikult?) valesti tõlgendamine (nt arv π jäeti lihtsalt ära; tekstist loeti välja, et 84π (dm²) on uue silindri täispindala);
- mõisted *väheneb/suureneb*; *korda/võrra* täiesti segamini;
- silindril arvutustes vaid üks põhi;
- täispindala asemel ruumala – kas lihtsustati meelega ülesannet?
- oli eksaminande, kes ei tea, milline on silinder (pakuti koonust).

II osa

Ülesanne 6

Väga inimlikel põhjustel jäi eksamitöö fail parandamata ja nii juhtuski, et trükiti ja saadeti koolidesse eksamitööd, kus 6. ülesande teksti oli ununenud liigne 90° nurk.

Hindamiskomisjon arutas põhjalikult tekkinud olukorda. Ülesande peamine eesmärk oli kontrollida, kas eksaminandid teavad ja oskavad rakendada siinus- ja koosinusteoreemi ning leida kolmnurga übermõõtu ja pindala, lisaks pisut elementaarset protsentarvutust. Just seda kõike otsustatigi hinnati. Iga eksaminandi töö puhul läheneti individuaalselt ja tekkinud olukorra tõttu eriti põhjalikult. On täiesti välistatud, et eksaminande põhjendamatult karistati. Eksaminande, kes tekkinud “viga” märkasid ja sellest kas lahenduse kaudu või mõnel muul viisil teada andsid, hindajad ei tuvastanud.

SA Innove kodulehel olevates eksamivariantides on ülesande tekst parandatud.

Osis 1 (2 punkti) (joonis) 1,94 p so 96,93%.

Neidude keskmine tulemus – 1,95 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,93 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 1,95 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 1,91 p.

Tähelepanekud:

- nurgad, maatüki mõõtmed ja nende märkimine joonisele on meelevaldne;
- joonestusvahendid puuduvad ja joonestamise korrektsus jätab soovida.

Osis 2 (4 punkti) (koosinusteoreem; kolmnurga übermõõtu) 2,79 p so 69,73%.

Neidude keskmine tulemus – 2,87 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,72 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 2,80 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 2,80 p.

Tähelepanekud:

- väga palju eksimusi valemities (eriti koosinusteoreem).

Osis 3 (9 punkti) (siinusteoreem, kolmnurga pindala, protsent) 5,19 p so 57,68%

Neidude keskmine tulemus – 5,20 p; noormeeste keskmine tulemus – 5,18 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 5,19 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 5,22 p.

Tähelepanekud:

- pindalde võrdlemise asemel võrreldi ümbermõõde;
- maatükk võeti trapetsikujuliseks;
- arvati, et diagonaal poolitab nelinurga nurgad;
- Pythagorase teoreemi sobis kasutada mistahes kolmnurgas;
- tohutult palju ümardamist vahetehetes ja arvutusvigu.

Ülesanne 7

Osis 4 (5 punkti) (sirge võrrand) 3,68 p so 73,56%.

Neidude keskmine tulemus – 3,86 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,51 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,74 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,42 p.

Tähelepanekud:

- alustati joonisest ja sirgete võrrandid loeti jooniselt;
- sirge s tõusuks ± 1 .

Osis 5 (3 punkti) (joonis) 2,48 p so 82,53%.

Neidude keskmine tulemus – 2,51 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,44 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,51 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,31 p.

Tähelepanekud:

- joonis ja ülesande tekst ei ole kooskõlas (nt joonisel ei ole ülesande tekstis kirjeldatud sirge võrrand).
- koordinaattelgedel puuduvad nimetused, nooled, ühiku pikkus, samuti puuduvad funktsioonide graafikutel (sirgetel) nimetused.

Osis 6 (3 punkti) (punkti koordinaatide arvutamine) 1,97 p so 65,73%.

Neidude keskmine tulemus – 2,04 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,91 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,01 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,85 p.

Tähelepanekud:

- sirgete lõikepunktide koordinaadid loetakse jooniselt.

Osis 7 (4 punkti) (ringjoone võrrand) 1,66 p so 41,42%.

Neidude keskmine tulemus – 1,74 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,58 p.

Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,68 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,60 p.

Tähelepanekud:

- ei teata, et ringjoone puutuja on ringjoone raadiusega risti;
- ringjoone raadiuseks vale lõik, keskpunktiks vale punkt;
- ei osata koostada ringjoone võrrandit.

Valikülesanded

Ülesanne 8

Osis 8 (2 punkti) (trigonomeetrilise funktsiooni uurimine joonise abil) 1,28 p so 63,89%.
 Neidude keskmine tulemus – 1,25 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,30 p.
 Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,30 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,18 p.

Tähelepanekud:

- matemaatilise sümboolika kasutamise oskus (piirkondade märkimine) väga halb.

Osis 9 (9 punkti) (trigonomeetrilise funktsiooni uurimine antud lõigul, trigonomeetrilise põhivõrrandi lahendamine) 3,84 p so 42,66%.
 Neidude keskmine tulemus – 4,28 p; noormeeste keskmine tulemus – 3,42 p.
 Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,89 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 3,65 p.

Tähelepanekud:

- funktsiooni tuletise leidmisel palju vigu:

$$\text{nt } (\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x; x' = \frac{1}{x} = \ln x;$$
- $1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -0,5 \dots$ (unustatakse miinusmärk)

$$1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -0,5 \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + n\pi;$$
- ekstreemumi arvutamine: nt $y = 120^\circ + 2 \sin 120^\circ = 120^\circ + \sqrt{3};$
- väga tüüpiline vastus: *Kui üks on maksimum, siis teine peab olema miinimum.*

Osis 10 (5 punkti) (trigonomeetriline samasus) 2,90 p so 57,91%.
 Neidude keskmine tulemus – 3,15 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,65 p.
 Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,90 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 2,89 p.

Tähelepanekud:

- lõpp-tulemus kombineeriti õigeaks;
- valik "huvitavatest" valemitest ja teisendustest:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{3\pi}{2} - \cos x;$$

$$\sin(2\pi - x) = \sin 2\pi - \sin x = -\sin x;$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{x}{2} (2 \sin \cos).$$

Osis 11 (4 punkti) (parameetrit sisaldav trigonomeetriline võrrand) 1,67 p so 41,77%.
 Neidude keskmine tulemus – 1,83 p; noormeeste keskmine tulemus – 1,52 p.
 Eesti õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,71 p; vene õppekeeleaga koolide keskmine tulemus – 1,52 p.

Tähelepanekud:

- ei teata, mida tähendab *parameeter*;
- ei teata, mida tähendab *lõikepunkti abstsiss*;
- arvatati küll $f(\pi)$ ja $g(\pi)$, kuid sellega lahendus lõppes;
- tüüpiline viga: $\pi(2a^2 + a) = \pi \mid : \pi \Rightarrow 2a^2 + a = 0$.

Ülesanne 9

Osis 12 (15 punkti) (ekstreemumülesanne; püramiidi kõrguse avaldamine kera raadiuse kaudu) 2,67 p so 17,77%

Neidude keskmine tulemus – 2,78 p; noormeeste keskmine tulemus – 2,59 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 2,61 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 3,01 p.

Tähelepanekud:

- joonise tegemine paljudele ületamatult raske;
- püramiidi kõik servad võeti ühepikkuseks;
- püramiidi põhi joonistati kera suuringile.

Osis 13 (5 punkti) (püramiidi ja kera ruumalde suhe) 0,90 so 17,92%.

Neidude keskmine tulemus – 0,83 p; noormeeste keskmine tulemus – 0,94 p.

Eesti õppekeele koolide keskmine tulemus – 0,89 p; vene õppekeele koolide keskmine tulemus – 0,92 p.

Tähelepanekud:

- palju segadust ruumala valemitega (nt kasutati valemeid $V_{\text{kera}} = \frac{3}{4}\pi \cdot R^2$ ja

$$V_{\text{püramiid}} = \frac{1}{2}S_p h).$$

Kokkuvõtteks

1. Matemaatika 2013. a RE vastas riiklikule õppekavale, kontrollides ainealaste pädevuste olemasolu. Ülesanded vastasid kontrollitavatele õpitulemustele.
2. 2013. a matemaatika RE tulemuste põhjal võib väita, et eksaminandide matemaatikaalased teadmised on keskpärasel tasemel. Probleeme on nende ülesannete lahendamisel, kus on vaja rakendada erinevate valdkondade teadmisi; paremini lahendatakse ülesandeid, millel on väljakujunenud lahendusalgoritm.
3. Eksamil peaks olema rohkem ülesandeid võimekamatele eksaminandidele, st eksamitöö tervikuna paljudele siiski liiga kerge ja n-õ tipud ei eristu piisavalt hästi.
4. **Midagi tuleb ette võtta kutseõppeasutuste õpilastega, kes otsustavad valida matemaatika riigieksami. Miks on suurem osa nende koolide õpilastest matemaatika riigieksamit valides teinud ebaadekvaatse (mõtlematu) otsuse?**
5. Eksaminandide funktsionaalne lugemisoskus on juba aastaid üsna halb – paljudel eksaminandidel jäid ülesanded osaliselt või täielikult lahendamata mitte teadmiste puudumise, vaid ülesande sisu mittemõistmise tõttu.

6. Uuringud nii meil kui mujal näitavad, et matemaatikaõpetajad õpetavad oma ainet kahest erinevast põhimõttest lähtuvalt:

- 1) õpetaja õpetab õppekavas nõutud teematikat ning kontrollib järjepidevalt nõutud teadmiste ja oskuste omandatust

või

- 2) õpetaja keskendub õpetamisel riigieksamites nõutud teemadele, n-ö drillib õpilasi eksamiks.

Selliste õpetamistaktikate kasutamise tulemused näitavad selgelt, et õppekava järgi õppijate tulemused on eksamitel oluliselt paremad, nende teadmised ja oskused on süstematiseeritud, nad oskavad paremini leida seoseid ja oma lahendusi põhjendada. Seega, ärge drillige riigieksamiteks, vaid õpetage õpilasi matemaatikast aru saama ja seda armastama!